**Описание программы**
**"Быстрое вейвлет-преобразование в пространстве сплайновых вейвлетов на конечном отрезке"**

# Содержание



# 1 Основная информация

| | |
|---|---|
| **Наименование программы** | Быстрое вейвлет-преобразование в пространстве сплайновых вейвлетов на конечном отрезке |
| **Версия** | 1.0 |
| **Среда разработки** | C++ Builder 6 |
| **Минимальные аппаратные и программные средства** | • ОС - Windows XP и выше<br>• Свободная память 20 Mb<br>• RAM 30 Mb |
| **Разработчик** | Герасимова Ю.А. - аспирант Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики |
| **Алгоритм** | Разработан д.ф.-м.н., зав.каф. Высшей математики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики Блатовым И.А. |

# 2 Алгоритм прямого и обратного быстрого вейвлет-преобразований в пространстве срлайновых вейвлетов на конечном отрезке

Алгоритм вычисления коэффициентов $\alpha$ и $\beta$ см. в [1],[2].

## 2.1 Прямое быстрое вейвлет-преобразование

По заданной функции

$$f = f_{ij}, 0 \le i \le 2^k - 1, 1 \le j \le s \tag{1}$$

Найти все коэффициенты разложения

$$d_{0j}, -m+1 \le j \le 2^{n_0} - 1 \tag{2}$$

$$c_{ij}, -m+1 \le j \le 2^{n_0+i-1} - m \tag{3}$$

Алгоритм:

1. Вычисляем все значения $\tilde{d}_{i,k} = (f, \phi_{i,k}(x)), -m+1 \le i \le 2^{k+1} - 1$
2. Полагаем $n = k - 1$
3. Вычисляем значения $\tilde{d}_{i,n}, -m+1 \le i \le 2^n - 1$ по формулам

$$\tilde{d}_{i,n} = (f, \phi_{i,n}(x)) = \sum_{j=2i}^{2i+m} \beta_{ij} d_{j,n+1} \tag{4}$$

4. Если $n = n_0$, переходим к шагу 6
5. Вычисляем значения $\tilde{c}_{i,n}$ по формулам

$$\tilde{c}_{i,n} = (f, \psi_{i,n}(x)) = \sum_{j=2i}^{2i+3m-2} \alpha_{ij} d_{j,n}, 0 \le i \le 2^{n-1} - 2m + 1 \tag{5}$$

$$\tilde{c}_{i,n} = (f, \psi_{i,n}(x)) = \sum_{j=2i}^{2^n-1} \alpha_{ij} d_{j,n}, 2^{n-1} - 2m + 2 \le i \le 2^{n-1} - m \tag{6}$$

$$\tilde{c}_{i,n} = (f, \psi_{i,n}(x)) = \sum_{j=-m+1}^{2i+3m-2} \alpha_{ij} d_{j,n}, -m+1 \le i \le -1 \tag{7}$$

6. Полагаем $n = n - 1$. Если $n \ge n_0$ переходим к шагу 3.
7. Вычисляем коэффициенты $d, c$, как решения $k - n_0 + 1$ СЛАУ

$$\left( \sum_{j=-m+1}^{2^{n_0}-1} d_{0,j} \cdot \phi_{j,n_0}, \phi_{l,n_0} \right) = \tilde{d}_{ij}, -m+1 \le l \le 2^{n_0} - 1 \tag{8}$$

$$\left(\sum_{j=-m+1}^{2^{n_0+i-1}-m} c_{i,j}\cdot\psi_{j,n_0+i}, \psi_{i,n_0+i}\right) = \tilde{c}_{ij}, 1\le i\le k-n_0, -m+1\le l\le 2^{n_0+i-1}-m \qquad (9)$$

## 2.2 Обратное быстрое вейвлет-преобразование

По заданному набору коэффициентов (2), (3) восстановить все значения $f_{ij}$ (1), если

$$f=\sum_{j=-m+1}^{2^{n_0-1}-m} d_{0,j}\cdot\phi_{j,n_0}+\sum_{i=1}^{k-n_0}\sum_{j=-m+1}^{2^{n_0+i-1}-m} c_{ij}\psi_{j,n_0+i} \qquad (10)$$

Алгоритм:

1. Полагаем $n=n_0$
2. Находим числа $d_{n+1-n_0}, -m+1\le i\le 2^{n+1}-1$ по формуле

$$d_{n+1-n_0,i}=\tilde{d}_{n-n_0,i}+\tilde{c}_{n-n_0+1,i} \qquad (11)$$

, где

$$\tilde{d}_{n-n_0,i}=\sum_{i\in max\left\{-m+1,\frac{j-m}{2}\right\},min\left\{2^n-1,\frac{j}{2}\right\}} d_{n-n_0,i}\cdot\beta_{ij} \qquad (12)$$

$$\tilde{c}_{n+1-n_0,j}=\begin{cases}\sum_{i\in\left[max\left\{-m+1,\frac{j-3m+2}{2}\right\},min\left\{2^{n-1}-2m+1,\frac{j}{2}\right\}\right]} c_{n+1-n_0,i}\cdot\alpha_{ij}, -m+1\le j\le 3m-4\\ \sum_{i\in\left[\frac{j-3m+2}{2},\frac{j}{2}\right]} c_{n+1-n_0,i}\cdot\alpha_{ij}, 3m-3\le j\le 2^n-4m+3\\ \sum_{i\in\left[max\left\{0,\frac{j-3m+2}{2}\right\},min\left\{2^{n-1}-m,\frac{j}{2}\right\}\right]} c_{n+1-n_0,i}\cdot\alpha_{ij}, 2^n-4m+4\le j\le 2^n-1\end{cases} \qquad (13)$$

$$\phi_{0,n} \qquad (14)$$

3. Полагаем $n=n+1$. Если $n<k$, переходим к шагу 2
4. Для всех узлов $x_{ij}\in\Delta_k$ вычисляем значения функций $f$ по формуле

$$f_{i,j}=f(x_ij)=\sum_{s=-m+1}^{2^k-1} d_{k-n_0,s}\cdot\phi_{k,s}(x_{ij}) \qquad (15)$$

# 3 Руководство пользователя

## 3.1 Построение графиков

В программе имеется возможность построения графиков вейвлет-функций и таблицы значений вейвлет-функций в точках построения. Для этого необходимо выбрать степень сплайна и на вкладке «График» нажать на кнопку «Построить». (См. рис. 1 на стр. 4)

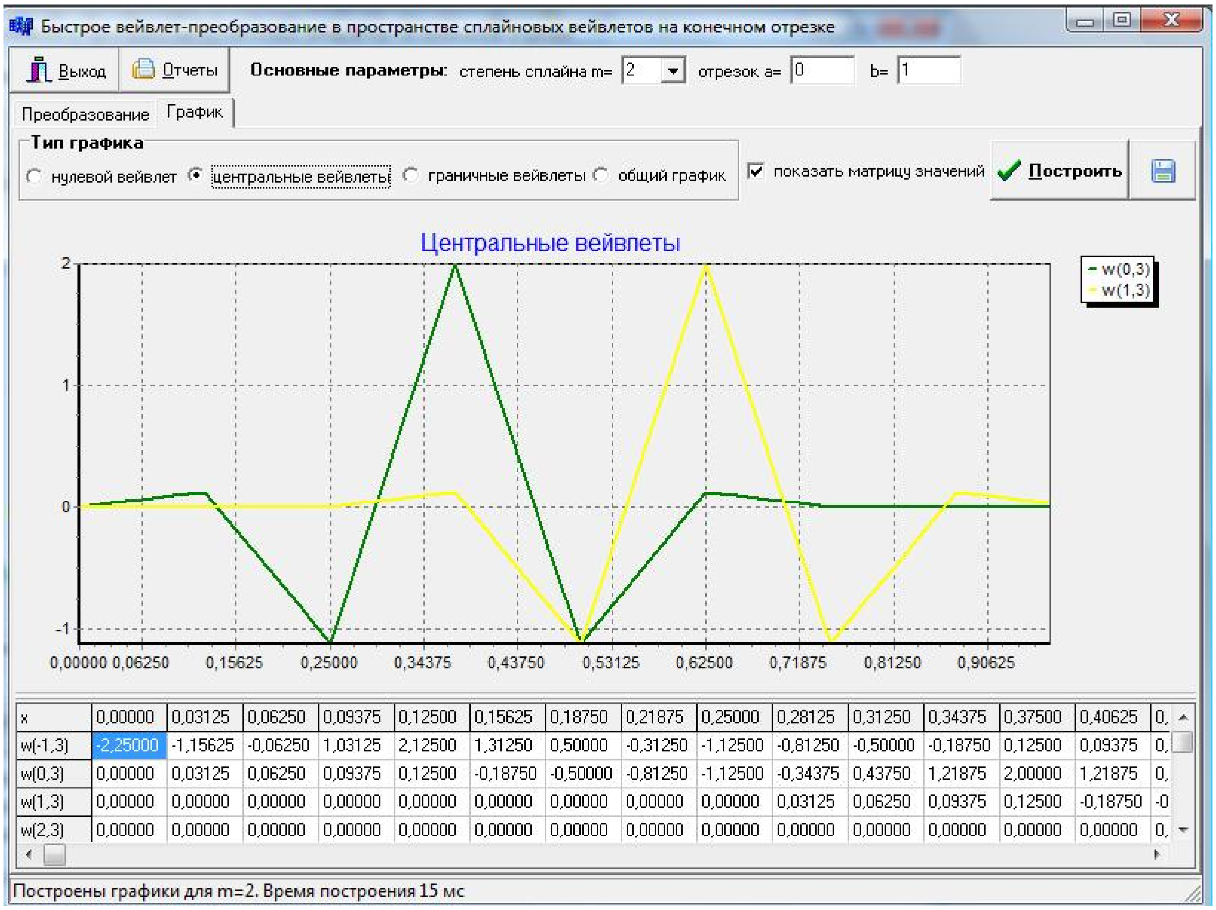


Рис. 1: График и таблица значений для степени сплайна равной двум

## 3.2 Прямое быстрое вейвлет-преобразование

Необходимо выбрать интересующую степень сплайна (для программы версии 1.0 доступно построение коэффициентов только для m=$\{2, 3, 4\}$). Поиск коэффициентов осуществляется для определенной функции, которую необходимо указать в методе *func(double x)*. В качестве выходного параметра метод имеет значение функции. Например, необходимо найти коэффициенты для функции

$f = -0.4 * x + 1.6$. Для этого нужно изменить метод *func(double x)* следующим образом (см. рис. 2 на стр. 5):

```
double
TMainForm::func(double x)
{
    return -0.4*x+1.6;
}
```

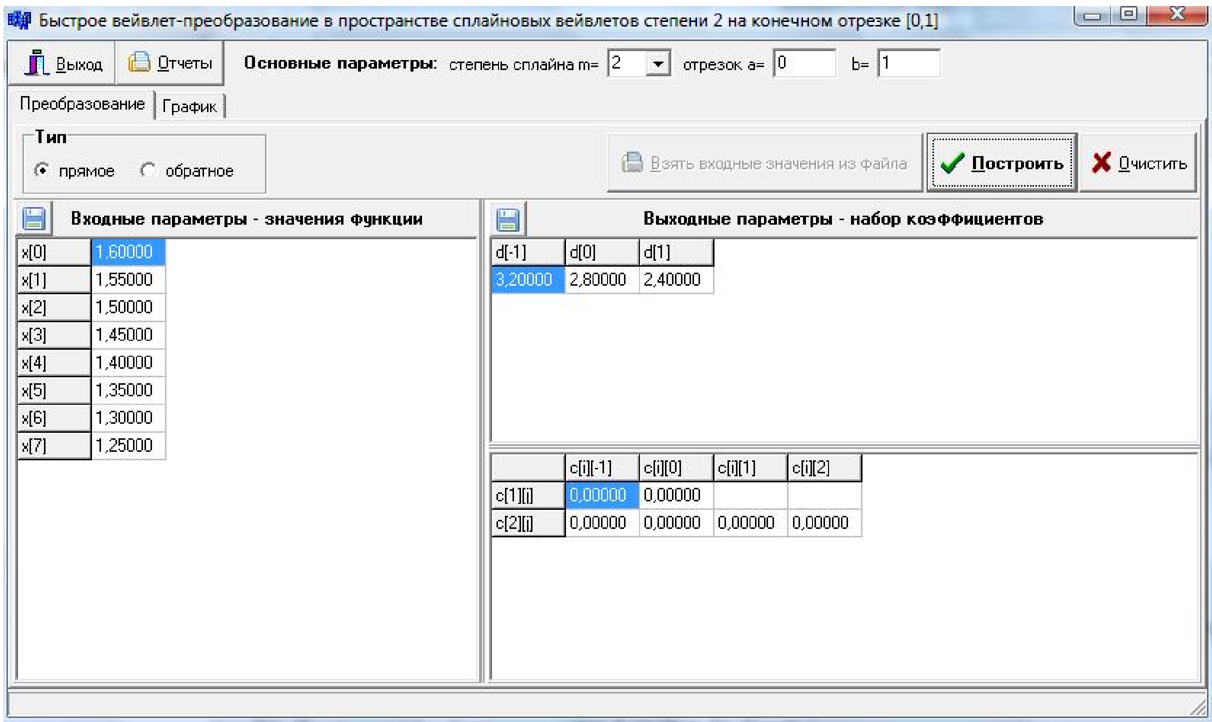


Рис. 2: Входные параметры для прямого быстрого вейвлет-преобразования - набор значений функций в точках конечного отрезка

### 3.3 Обратное быстрое вейвлет-преобразование

Коэффициенты преобразования находятся в файлах *file_in_c.txt* и *file_in_d.txt*. Необходимо заполнить их и нажать на кнопку «Взять входные значения из файла». Нажать на кнопку «Построить». (См. рис. 3 на стр. 6)

## Список литературы


[1] Блатов И.А. Полуортогональные сплайновые вейвлеты и метод Галеркина численного моделирования тонкопроволочных антенн / И.А.Блатов, Н.В.Рогова // Журнал вычислительной

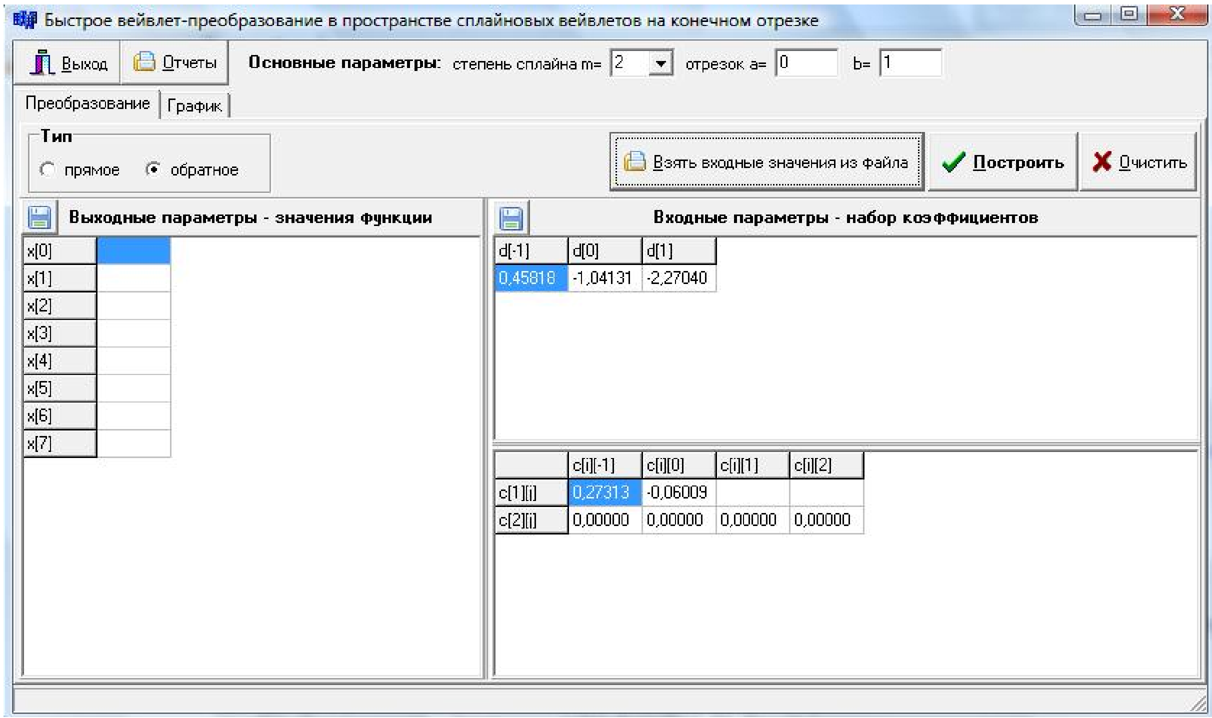


Рис. 3: Входные параметры для обратного быстрого вейвлет-преобразования - набор коэффициентов

математики и математической физики. Самара, том 53, №5 : 2013. 727-736 с.

[2] Блатов И.А. Псевдоразреженные матрицы и прикладной вейвлет-анализ, Сборник научных трудов sworld по материалам международной научно- практической конференции, 2012, 84–86 с.