УДК 330.4(075.8)

# ПОИСК ОПТИМАЛЬНЫХ СТРАТЕГИЙ НА ФОНДОВОМ РЫНКЕ

Д.В. Туртин, Б.Л. Ершов, Н.А. Капустин
*Ивановский филиал Российского экономического университета имени Г.В. Плеханова*

**В работе для прогнозирования отношения цен бивалютной пары «евро/канадский доллар» на фондовом рынке Forex применена модель Бокса-Дженкинса. Нахождение параметров модели было сведено к решению двух взаимосвязанных задач квадратичного программирования. По разработанному алгоритму было создано программное обеспечение в среде MS Excel, обеспечивающее нахождение прогнозного значения отношения цен бивалютной пары «евро/канадский доллар» по входным начальным данным.**

**Ключевые слова: временной ряд, модель Бокса-Дженкинса, параметр, квадратичное программирование, алгоритм, прогноз.**

Поиск оптимальных стратегий на фондовом рынке, в частности валютном, был и остается основной задачей множества аналитиков-экономистов.

В настоящее время, создано много программных средств, позволяющих производить расчеты и давать некоторые рекомендации при продаже или покупке товаров на фондовом рынке. К сожалению, большинство доступных программных продуктов не дают нужный результат, позволяющий аналитику с большой вероятностью оценить происходящую на фондовом рынке ситуацию и принять эффективное решение.

В последнее время, у большинства профессиональных финансистов, а также у простых граждан возрос интерес к международному валютному рынку Forex. Это объясняется, во-первых, желанием заработать «легкие» деньги и, во-вторых, популяризацией через средства массовой информации и сети Internet данного рынка. По изучению рынка Forex имеется много популярной литературы, доступной для широкой массы населения. Все доступные методики основаны на анализе графической статистики валют, что зачастую, не дает хороших результатов.

В настоящей работе применяется одна из моделей Бокса-Дженкинса для прогнозирования бивалютной пары. Новизной в применении этой модели к прогнозированию временного ряда является распространение решения задачи выпуклого программирования на поиск параметров модели. Решение задачи выпуклого программирования достаточно легко осуществляется средствами широко распространённого табличного процессора MS Excel.

В результате применения упомянутой выше модели, получается достаточно узкий доверительный интервал значений бивалютной пары и возможность выявления в нем с большой вероятностью аномальных спадов и ростов. Сравнение результатов, полученных по известным в широкой литературе методикам, с результатами, полученными в настоящей работе, позволяет утверждать, что предлагаемая нами модель даёт более точный результат.

Согласно теории Бокса-Дженкинса [2], прогнозное значение $x_t$ бивалютной пары в момент времени t определяется рекуррентным выражением:

$$x_t = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i x_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \varepsilon_{t-j} . \qquad (1)$$

В выражении (1) приняты следующие обозначения:

- $p$, $q$ – натуральные числа – число точек, участвующих в прогнозе $(1 \le p, q \le t-1)$;

- $x_{t-p},\dots,x_{t-1}$ – последовательность значений в моменты времени с номерами *t-p,..., t-1* соответственно;
- $\varepsilon_{t-q},\dots,\varepsilon_{t-1}$ – случайные величины, имеющие нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратичным отклонением $\sigma$;
- $\alpha_i$, $\beta_j$ – постоянные коэффициенты.

Для отыскания параметров $\alpha_i$, $\beta_j$ обычно используют метод перебора, суть которого заключается в «подгонке» параметров так, чтобы точки, получаемые из рекуррентного выражения (1), совпадали (или хотя бы были очень близки) с фактическими значениями. Данная методика дает хорошие результаты лишь для небольшого числа параметров (не более 3).

Научной новизной настоящего исследования является организация поиска параметров $\alpha_i$ , $\beta_j$ посредством решения задачи квадратичного программирования.

Для простоты изложения далее считается, что число значений *n* временного ряда кратно *p*. Предположение *n=kp* (где *k=1,2,…)* не является критичным, т.к. его выполнение всегда можно обеспечить.

Параметры $\alpha_1$, $\alpha_2$, …, $\alpha_p$ трендовой составляющей определяются на основании выражения:

$$x_t = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i x_{t-i} . \qquad (2)$$

Уравнению (2) можно сопоставить характеристическое уравнение

$$f(z) = 1 - \sum_{i=1}^{p} \alpha_i z^i = 0 . \qquad (3)$$

В дальнейшем, будут рассматриваться только стационарные процессы. Согласно [1], необходимым и достаточным условием стационарности процесса (2) является нахождение всех корней характеристического уравнения (3) вне единичного круга. Из этого условия следуют два неравенства

$$f(-1)f(1) > 0, \quad |\alpha_p| < 1,$$

или после упрощений

$$\begin{cases} \left(1 - \sum_{i=1}^{p} \alpha_i\right)\left(1 - \sum_{i=1}^{p} \alpha_i (-1)^i\right) > 0, \\ |\alpha_p| < 1 \end{cases} \qquad (4)$$

Учитывая введённые выше обозначения, можно определить число наборов *k=n/p* из *p* значений бивалютной пары и обозначить *j*-й набор через $x^{(j)} = \left(x_1^{(j)},\dots,x_p^{(j)}\right)$ $(j = 1,\dots,k)$.

Параметры $\alpha_1$, $\alpha_2$, …, $\alpha_p$, кроме условий (4), должны достаточно точно аппроксимировать фактические значения, в связи с этим получаем условие

$$\sum_{j=1}^{k}\left(\sum_{i=1}^{p} \alpha_i x_{t-i}^{(j)} - x_t^{(j)}\right)^2 \xrightarrow[\alpha_1,\dots,\alpha_p]{} \min . \qquad (5)$$

Таким образом, поиск коэффициентов $\alpha_1$, $\alpha_2$, …, $\alpha_p$ трендовой части рекуррентного выражения (1) сведён к задаче квадратичного программирования с целевой функцией (5) и ограничениями (4).

Аналогичным образом можно определить параметры $\beta_1$, $\beta_2$, …, $\beta_p$. Введя обозначение $\varepsilon_t = x_t - \sum_{i=1}^{p} \alpha_i x_{t-i}$ , рекуррентное выражение (1) можно представить в виде:

$$\varepsilon_t = \sum_{j=1}^{q} \beta_j \varepsilon_{t-j} . \qquad (6)$$

Обозначим $\varepsilon^{(j)} = \left(\varepsilon_1^{(j)},\dots,\varepsilon_p^{(j)}\right)$ $(j = 1,\dots,k)$ – *j*-й набор из *p* случайных остатков. Предполагая стационарность процесса (6) для поиска параметров $\beta_1$, $\beta_2$, …, $\beta_p$, получается задача квадратичного программирования с целевой функцией

$$\sum_{j=1}^{k}\left(\sum_{i=1}^{p} \beta_i \varepsilon_{t-i}^{(j)} - \varepsilon_t^{(j)}\right)^2 \xrightarrow[\beta_1,\dots,\beta_p]{} \min$$

и ограничениями

$$\begin{cases} \left(1 - \sum_{i=1}^{p} \beta_i\right)\left(1 - \sum_{i=1}^{p} \beta_i (-1)^i\right) > 0, \\ |\beta_p| < 1 \end{cases}$$

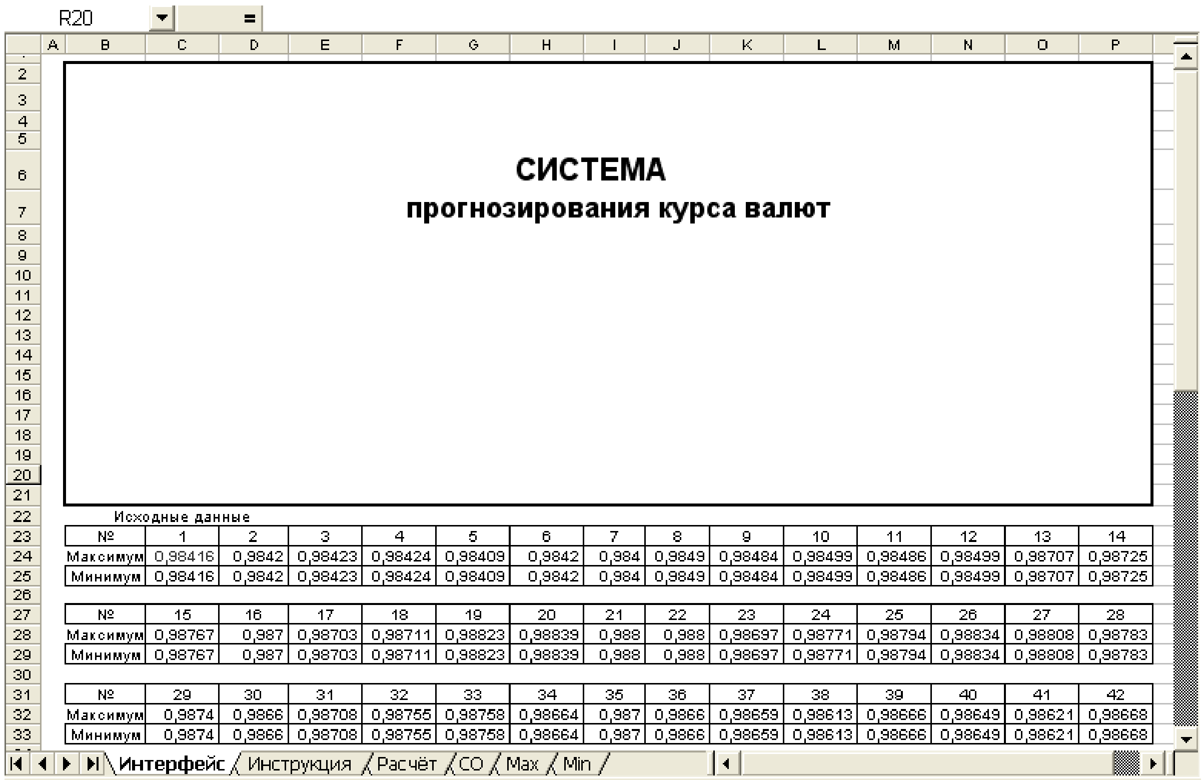



Рис. 1. Интерфейс пользователя

Таблица 1

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Минимум | 1,01752 | 1,01723 | 1,01841 | 1,018258 | 1,01782 | 1,016045 | 1,01634 | 1,01929 | 1,02224 | 1,020765 | 1,022535 |
| Максимум | 1,0187 | 1,01959 | 1,01929 | 1,020175 | 1,01811 | 1,016783 | 1,019438 | 1,02519 | 1,023125 | 1,023568 | 1,02401 |
| № | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |
| Минимум | 1,02283 | 1,02283 | 1,02224 | 1,025485 | 1,02696 | 1,026075 | 1,024895 | 1,02431 | 1,0246 | 1,0246 | 1,026223 |
| Максимум | 1,02313 | 1,02401 | 1,02667 | 1,027845 | 1,02814 | 1,026075 | 1,02519 | 1,0249 | 1,025633 | 1,027108 | 1,026813 |

Для создания аналитического программного продукта применён табличный процессор Excel из пакета MS Office. Продукт состоит из шести вкладок: Интерфейс, Инструкция, Max, Min, система оценок (СО), Графика (рис. 1). На вкладке Интерфейс реализован интерфейс пользователя. Ввод данных организован посредством таблицы Исходные данные, состоящей из трёх вложенных таблиц. В верхних строках вложенных таблиц стоят номера наблюдений, во вторых и третьих строках по 42 значения, идущих подряд максимумов и минимумов значений бивалютной пары.

На вкладке Инструкция приведена инструкция по применению программного средства, в которой описаны: порядок ввода данных с примером получения данных на основании четырёхчасовых котировок валют и порядок получения прогноза и рекомендаций.

На рис. 2 показан график изменения значений бивалютной пары, а в таблице 1 приведены исходные данные, полученные из рисунка 1.

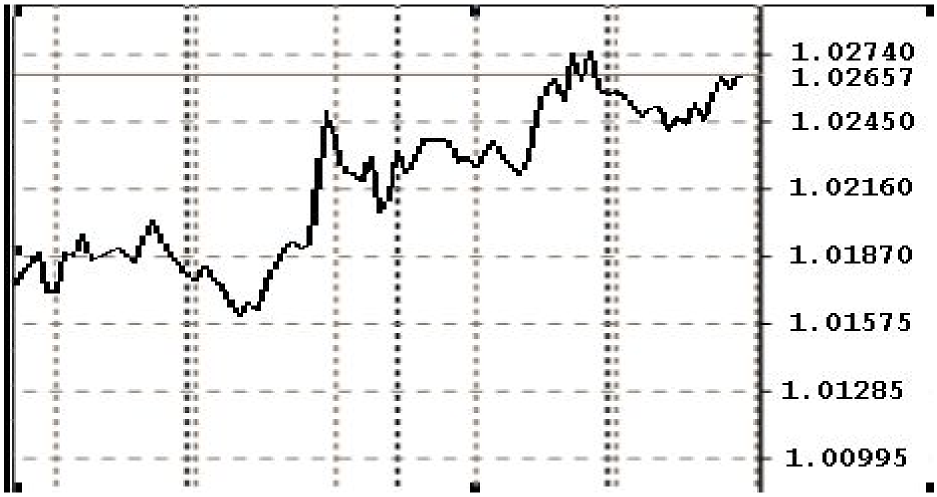



**Рис. 2. График первоначальных значений бивалютной пары**

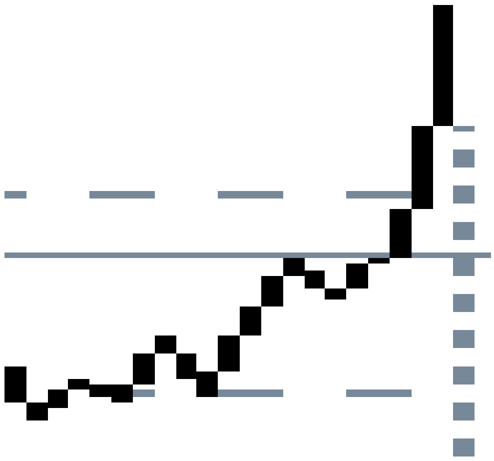
На вкладках Min и Max проведен поиск коэффициентов модели для максимумов и минимумов значений бивалютной пары. На вкладке СО вычисляются необходимые оценки для прогнозирования будущих значений бивалютной пары. Вкладка Графика содержит графическую интерпретацию вычисленных трендов, случайных составляющих оценок и отклонений.

Точность прогноза исследовалась на примере поведения валютной пары "евро – канадский доллар". График точного поведения цен этой пары и прогноз их поведения показаны на рис. 3.

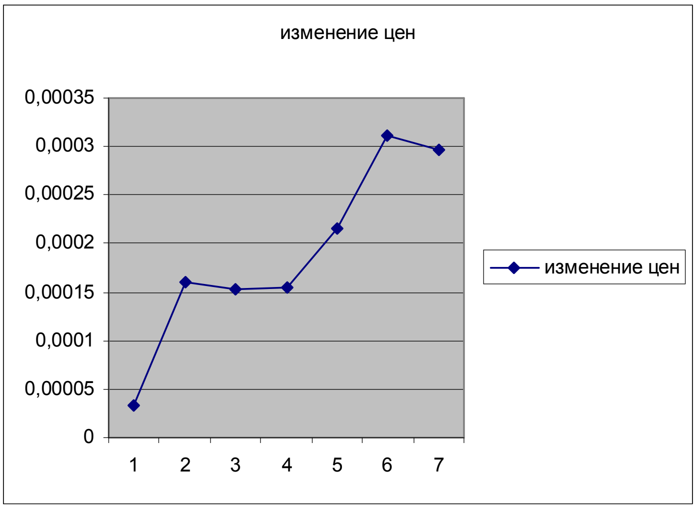
Рис. 3,а является фотографией из программы MetaTrader 4, масштаб изменения цен на рис. 3,а и рис. 3,б одинаков.

Сравнение результатов наблюдений и прогноза показывает, что разработанный программный продукт позволяет дать достоверный прогноз поведения отношения цен бивалютной пары. Прогноз предсказывает снижение курса канадского доллара относительно евро, что в дальнейшем и происходит.

Разработанный программный продукт дает возможность нахождения ширины доверительного интервала отношения цен бивалютной пары (табл. 2) на основе прогноза максимальных (MAX) и минимальных (MIN) значений бивалютной пары.



а)




б)

**Рис. 3. Точное поведение цен бивалютной пары (а) и прогноз их поведения (б)**

Таблица 2

**Границы доверительного интервала бивалютной пары**

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| MAX | 0,986338 | 0,986551 | 0,986151 | 0,986523 | 0,986505 | 0,986438 | 0,986349 |
| MIN | 0,986337 | 0,986515 | 0,986131 | 0,986497 | 0,986491 | 0,986416 | 0,986323 |

Проведенный компьютерный эксперимент по изучению найденных доверительных интервалов для значений отношения цен бивалютной пары позволил выдвинуть гипотезу о нормальном законе распределения границ доверительного интервала. Математическое доказательство справедливости этой гипотезы и получение вероятностной оценки попадания значений бивалютной пары в построенный доверительный интервал является предметом дальнейших исследований.

В перспективе предполагается усовершенствовать предлагаемый программный продукт до экспертной системы, которая будет полезна финансистам, занимающимися биржевыми сделками на фондовых рынках.

*ЛИТЕРАТУРА*

1. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов.— М.: «Мир», 1976.

2. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып. 1. - М.: «Мир», 1974.

*Рукопись поступила в редакцию 21.02.2014.*

**OPTIMAL STRATEGY SEARCH ON STOCK EXCHANGE**

*D. Turtin, B. Yershov, N. Kapustin*

In the article for the purpose of “Euro/Canadian dollar“ double currency couple price relationship forecasting on Forex stock exchange the Box-Jenkins model was applied. Model parameters finding was reduced to the solving of two interconnected problems of quadratic programming. On the basis of the algorithm carried out in the MS Excel sphere the software ensuring the finding of the forecasting meaning of “Euro/Canadian dollar“ double currency couple price relationship by initial input data was created.

Key words: time series, Box-Jenkins model, parameter, quadratic programming, algorithm, forecasting.